



Analisis Kesulitan Mahasiswa Dalam Menyelesaikan Soal Barisan Bilangan Real Pada Mata Kuliah Analisis Real

Elfitra¹, Agryani Rosmaida Sitompul², Berliora Seloni Siregar³, Mhd.Khori Aulia⁴
Pendidikan Matematika, Universitas Negeri Medan, Sumatera Utara, Indonesia
Jalan Willem Iskandar, Pasar V Medan Estate, Percut Sei Tuan, Deli Serdang,
Sumatera Utara

Email: elfitra@unimed.ac.id

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mengidentifikasi dan mengevaluasi berbagai kesulitan yang dihadapi mahasiswa saat mengerjakan soal-soal terkait konvergensi barisan dalam mata kuliah Kalkulus. Pendekatan yang digunakan adalah deskriptif kualitatif dengan melibatkan mahasiswa semester IV dari program studi pendidikan matematika di salah satu universitas negeri sebagai subjek penelitian. Data dikumpulkan melalui tes tertulis serta wawancara semi-terstruktur. Hasil analisis menunjukkan bahwa banyak mahasiswa kesulitan dalam memahami konsep limit barisan, menentukan konvergensi, dan menggunakan teorema-teorema pendukung dalam penyelesaian soal. Kesulitan tersebut disebabkan oleh pemahaman konsep yang belum mendalam, kurangnya latihan soal, serta kesalahan dalam langkah-langkah penyelesaian. Hasil penelitian ini diharapkan dapat menjadi acuan untuk merancang metode pembelajaran yang lebih tepat dalam menyampaikan materi konvergensi barisan.

Kata kunci: hambatan belajar, konvergensi barisan, limit, kalkulus, analisis kesulitan.

PENDAHULUAN

Kesulitan yang dihadapi mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal terkait konvergensi barisan berkaitan erat dengan kurangnya kemampuan mereka dalam memahami konsep dasar serta membuktikan pernyataan matematis secara formal. Polya (1985) membagi masalah matematika menjadi dua kategori utama, yaitu mencari solusi dan melakukan pembuktian. Sayangnya, mahasiswa di Indonesia umumnya kurang akrab dengan jenis soal yang menuntut pembuktian, termasuk dalam materi konvergensi barisan. Hal ini dapat ditelusuri dari sistem pembelajaran di sekolah yang lebih berorientasi pada penggunaan algoritma dan prosedur, namun kurang memberikan penekanan pada pemahaman konsep dan argumentasi matematis yang mendalam.

Selama masa pendidikan di tingkat sekolah menengah, siswa tidak banyak diberikan pengalaman untuk mengembangkan cara berpikir logis dan deduktif yang menjadi dasar penting dalam menyelesaikan persoalan konvergensi barisan. Pembelajaran pembuktian di sekolah pun terbatas pada manipulasi aljabar atau identitas trigonometri sederhana, sehingga siswa jarang berhadapan dengan pembuktian sifat-sifat limit dan barisan. Akibatnya, ketika memasuki perkuliahan dan mempelajari mata

kuliah seperti Kalkulus maupun Analisis Real, mahasiswa mengalami kesulitan karena dituntut untuk memahami konsep-konsep tersebut dengan cara yang lebih formal dan terstruktur.

Beberapa hal yang menjadi penyebab utama dari kesulitan ini antara lain: (1) adanya anggapan bahwa suatu pernyataan matematis tidak perlu dibuktikan karena dianggap sudah benar secara intuitif; (2) kurangnya pemahaman terhadap konsep limit dan konvergensi barisan; (3) ketidakterbiasaan dalam menggunakan simbol atau notasi matematis serta bahasa formal dalam menyusun pembuktian; dan (4) lemahnya kemampuan berpikir logis dan analitis. Moore (1994) mencatat bahwa mahasiswa sering kali kesulitan memahami istilah teknis dan simbol yang digunakan dalam pembuktian, bahkan ketika harus menyusun negasi atau contoh penyangkal untuk suatu klaim yang salah.

Berbagai penelitian terdahulu menguatkan temuan tersebut. Alcock dan Weber (2005) menemukan bahwa sebagian besar mahasiswa tidak mampu mengenali kesalahan dalam proses pembuktian. Ko dan Knuth (2009) juga menyatakan bahwa seluruh responden dalam penelitiannya gagal menyusun bukti yang utuh dan runtut, bahkan hanya sebagian kecil yang dapat memberikan contoh penyangkal. Dalam konteks soal konvergensi barisan, mahasiswa sering kali tidak dapat menggunakan definisi formal limit dengan tepat, cenderung menyusun argumen yang tidak logis, serta lebih memilih pendekatan intuitif atau contoh numerik daripada pembuktian umum. Hal ini menunjukkan bahwa mereka lebih mengandalkan pola pikir induktif, sementara pembuktian konvergensi memerlukan pendekatan deduktif yang ketat (Kogce et al., 2010).

Dengan memperhatikan berbagai kendala tersebut, dapat disimpulkan bahwa hambatan mahasiswa dalam menyelesaikan soal konvergensi barisan tidak hanya disebabkan oleh pemahaman konsep yang lemah, tetapi juga karena kurangnya keterampilan dalam membuktikan dan menyampaikan ide matematis secara formal. Oleh karena itu, diperlukan metode pembelajaran yang secara khusus dirancang untuk melatih mahasiswa dalam menyusun pembuktian matematis, memahami definisi secara mendalam, serta membangun argumen logis yang sah dalam konteks barisan dan limit.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini bertujuan untuk mengidentifikasi serta menganalisis berbagai kesulitan yang dihadapi oleh mahasiswa dalam mengerjakan soal dan menyusun

pembuktian matematis, khususnya yang berkaitan dengan topik konvergensi barisan pada mata kuliah Analisis Real. Untuk mencapai tujuan tersebut, dilakukan observasi terhadap mahasiswa dari program studi Pendidikan Matematika di Universitas Negeri Medan (UNIMED) selama proses pembelajaran dan analisis berlangsung.

Metode penelitian yang digunakan adalah pendekatan kualitatif deskriptif, yang dipilih untuk memperoleh gambaran secara mendalam mengenai kendala yang dialami mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal konvergensi barisan. Pendekatan ini memungkinkan peneliti untuk menelusuri pola pikir mahasiswa serta faktor-faktor kognitif yang tidak dapat dijelaskan secara numerik.

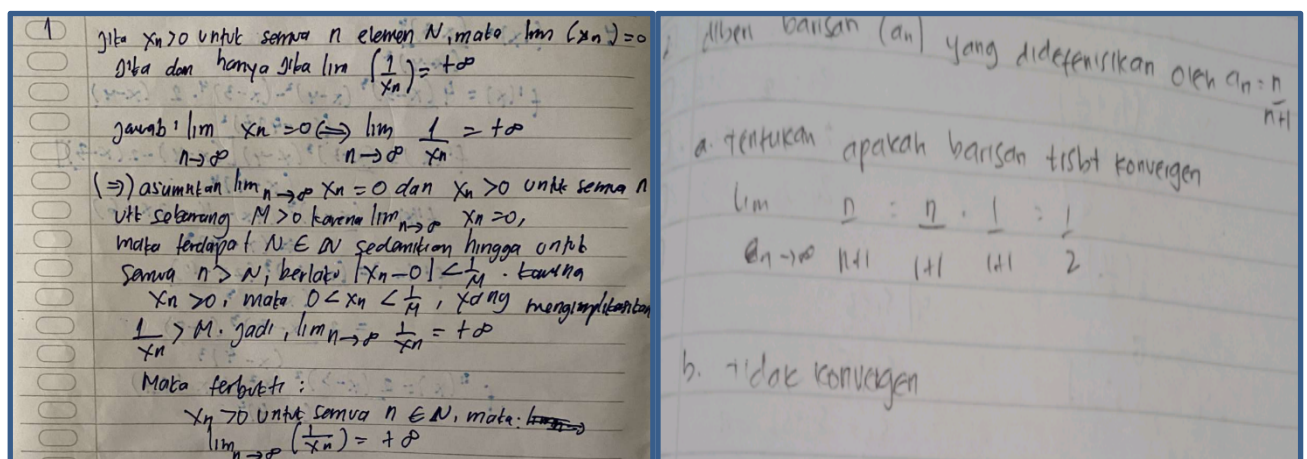
Instrumen utama yang digunakan dalam pengumpulan data adalah soal diagnostik berbentuk uraian, yang dirancang untuk mengungkap tingkat pemahaman dan kemampuan mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal konvergensi barisan. Mahasiswa diminta mengerjakan soal tersebut secara individu dalam waktu satu hari, dengan ketentuan tidak diperbolehkan bekerja sama. Selanjutnya, jawaban mereka dianalisis dan dievaluasi untuk mengidentifikasi bentuk kesulitan yang muncul.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil PENELITIAN

Hasil analisis terhadap jawaban mahasiswa yang sedang mengikuti mata kuliah Analisis Real dan telah mempelajari materi barisan bilangan real pada Universitas Negeri Medan dalam menyelesaikan soal-soal terkait barisan bilangan real menunjukkan beberapa pola kesulitan yang konsisten. Berdasarkan data yang diperoleh dari tes diagnostik dan wawancara semi-terstruktur, kesulitan tersebut dapat dikelompokkan ke dalam beberapa kategori utama.

Berikut beberapa data yang diperoleh dari jawaban mahasiswa



3. Diketahui 5 suku pertama dari barisan barisan yang didefinisikan secara induktif

a) $x_1 = 1$; $x_{n+1} = 3x_n + 1$
 $y_1 = 2$, $y_{n+1} = \frac{1}{2} \left(y_n + \frac{2}{y_n} \right)$

3) $z_1 = 1$ $z_2 = 2$ $z_{n+2} = (z_{n+1} + z_n) / (z_{n+1} - z_n)$

4) $s_1 = 2$, $s_2 = 5$, $s_{n+2} = s_n + s_{n+1}$

a) $x_1 = 1$; $x_2 = x_{1+1} = 3x_1 + 1 = 4$
 $x_2 = 4$; $x_3 = x_{2+1} = 3x_2 + 1 = 13$
 $x_3 = 13$; $x_4 = x_{3+1} = 3x_3 + 1 = 40$
 $x_4 = 40$; $x_5 = x_{4+1} = 3x_4 + 1 = 121$
 maka 5 suku pertama adalah 1, 4, 13, 40, 121

b) $y_1 = 2$; $y_2 = y_{1+1} = \frac{1}{2} \left(y_1 + \frac{2}{y_1} \right) = \frac{5}{2}$
 $y_2 = \frac{5}{2}$; $y_3 = y_{2+1} = \frac{1}{2} \left(y_2 + \frac{2}{y_2} \right) = \frac{17}{5}$
 $y_3 = \frac{17}{5}$; $y_4 = y_{3+1} = \frac{1}{2} \left(y_3 + \frac{2}{y_3} \right) = \frac{577}{125}$
 $y_4 = \frac{577}{125}$; $y_5 = y_{4+1} = \frac{1}{2} \left(y_4 + \frac{2}{y_4} \right) = \frac{665857}{156250}$
 maka 5 suku pertama adalah 2, $\frac{5}{2}$, $\frac{17}{5}$, $\frac{577}{125}$, $\frac{665857}{156250}$

c. $z_1 = 1$
 $z_2 = 2$; $z_3 = 2$; $z_{n+2} = \frac{z_{n+1} + z_n}{z_{n+1} - z_n}$
 $z_2 = 2$
 $z_3 = 2$; $z_4 = z_{3+1} = \frac{z_{3+1} + z_2}{z_{3+1} - z_2} = 5$
 $z_3 = 2$
 $z_4 = 5$; $z_5 = z_{4+1} = \frac{z_{4+1} + z_3}{z_{4+1} - z_3} = 4$
 maka 5 suku pertama adalah 1, 2, 2, 5, 4

d. $s_1 = 2$; $s_2 = 5$
 $s_2 = 5$; $s_3 = s_{1+2} = s_1 + s_{1+1} = 8$
 $s_2 = 5$; $s_3 = 8$; $s_4 = s_{2+2} = s_2 + s_{2+1} = 13$
 $s_3 = 8$; $s_4 = 13$; $s_5 = s_{3+2} = s_3 + s_{3+1} = 21$
 maka 5 suku pertama adalah 2, 5, 8, 13, 21

Berikut adalah **tabel hasil penelitian** yang menyajikan **persentase kesulitan mahasiswa** dalam menyelesaikan soal-soal barisan bilangan real sebagai berikut:

No	Kategori Kesulitan	Soal terkait	Persentase mahasiswa mengalami kesulitan	Persentasi mahasiswa menyelesaikan dengan benar	Keterangan kesulitan
1	Pemahaman konsep dasar limit dan konvergensi	Soal 1	77%	23%	Gagal menggunakan definisi formal, tidak membuktikan dua arah pada "jika dan hanya jika"
2	Penalaran matematis dan pembuktian formal	Soal No.1	85%	15%	Tidak mampu menyusun bukti lengkap dan terstruktur
3	Menentukan konvergensi dan nilai limit	Soal No.2	58%	42%	Tidak bisa menyajikan pembuktian formal, menggunakan contoh numerik
4	Manipulasi aljabar (barisan rekursif sederhana)	Soal No.3a	15%	85%	Kesalahan aritmatika sederhana, salah substitusi
5	Manipulasi aljabar (barisan	Soal No.3b	72%	28%	Tidak mampu melacak suku, bingung dengan

rekursif kompleks)					formula dua suku sebelumnya
-----------------------	--	--	--	--	--------------------------------

PEMBAHASAN

Hasil penelitian ini mengungkapkan bahwa mahasiswa mengalami berbagai kesulitan dalam menyelesaikan soal barisan bilangan real, khususnya pada aspek pemahaman konsep limit, penalaran matematis, manipulasi aljabar, dan penyusunan pembuktian formal.

1. Kesulitan Pemahaman Konsep Limit dan Konvergensi

Sebagian besar mahasiswa tidak mampu menggunakan definisi formal limit barisan, dan lebih memilih pendekatan intuitif atau numerik. Kesulitan ini sejalan dengan temuan Tall & Vinner (1981) yang menunjukkan bahwa banyak mahasiswa memiliki **“concept image”** yang tidak selaras dengan definisi matematis formal. Hal ini diperkuat oleh Ko & Knuth (2009) yang menyatakan bahwa mahasiswa sering kali gagal membangun pemahaman deduktif yang kokoh dan justru mengandalkan intuisi.

2. Kelemahan dalam Penalaran Deduktif dan Pembuktian

Hanya sebagian kecil mahasiswa yang mampu menyusun pembuktian lengkap dan logis, terutama pada pernyataan **“jika dan hanya jika”** yang membutuhkan pembuktian dua arah. Temuan ini mengonfirmasi penelitian Moore (1994) yang menyatakan bahwa mahasiswa kesulitan dalam transisi ke pembuktian formal karena tidak memiliki strategi pembuktian yang memadai. Alcock & Weber (2005) juga mengemukakan bahwa mahasiswa sering tidak bisa mengevaluasi validitas pembuktian karena lemahnya struktur logika yang digunakan.

3. Kesulitan dalam Manipulasi Aljabar

Keterbatasan dalam menyederhanakan bentuk barisan atau rumus limit menjadi kendala dalam menentukan nilai limit. Kesulitan ini diperkuat oleh hasil penelitian Zandieh & Rasmussen (2010) yang menyatakan bahwa mahasiswa belum mampu memindahkan pemahaman dari tahap prosedural ke tahap struktural, terutama dalam manipulasi simbolik dan bentuk barisan.

4. Barisan Rekursif dan Kesalahan Perhitungan

Pada barisan rekursif, mahasiswa menunjukkan performa yang bervariasi tergantung pada tingkat kompleksitas. Untuk rumus yang sederhana, sebagian besar mahasiswa berhasil, namun untuk bentuk kompleks (misalnya melibatkan dua suku sebelumnya), banyak yang melakukan kesalahan aritmatika atau kehilangan jejak logika barisan. Hal ini berkaitan dengan temuan Weber (2001) yang menekankan pentingnya pengetahuan strategis dalam menyelesaikan soal tipe rekursif dan pembuktian berurutan.

5. Pendekatan Pembelajaran yang Direkomendasikan

Berdasarkan temuan ini, pendekatan pedagogis yang sesuai adalah yang menekankan:

- **Pemahaman konseptual**, bukan hanya prosedural.
- **Latihan pembuktian bertahap**, sebagaimana disarankan oleh Arnawa et al. (2007) dalam pendekatan APOS (Action-Process-Object-Schema).
- **Analisis kesalahan umum (error analysis)** untuk membangun kesadaran reflektif mahasiswa terhadap kekeliruan berpikir mereka sendiri.
- **Penggunaan ilustrasi visual dan representasi alternatif** untuk menjembatani pemahaman intuitif dan formal.

KESIMPULAN

Berdasarkan analisis terhadap jawaban mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal konvergensi barisan, dapat disimpulkan bahwa kesulitan utama yang dihadapi meliputi:

1. pemahaman konsep

Mahasiswa kesulitan memahami definisi formal limit dan konsep konvergensi secara mendalam, cenderung menggunakan pendekatan intuitif atau numerik alih-alih definisi formal.

2. Kemampuan pembuktian

Banyak mahasiswa belum mampu menyusun pembuktian matematis secara formal dan terstruktur, terutama dalam menyelesaikan soal dengan klausa “jika dan hanya jika”.

3. Manipulasi aljabar

Keterampilan manipulasi aljabar yang rendah menghambat mahasiswa dalam menyederhanakan bentuk barisan dan melakukan perhitungan dengan benar.

4. Penalaran deduktif

Mahasiswa lebih terbiasa berpikir secara induktif dan belum menguasai logika deduktif yang diperlukan dalam pembuktian formal dianalisis real.

Temuan ini memberikan dasar empiris untuk pengembangan strategi pembelajaran yang lebih efektif dalam mengajarkan konsep konvergensi barisan, dengan penekanan pada pemahaman konseptual dan pengembangan keterampilan pembuktian. Dosen perlu merancang aktivitas pembelajaran yang secara eksplisit melatih mahasiswa dalam memahami dan mengaplikasikan definisi formal limit barisan, menyusun pembuktian matematis yang valid, serta mengembangkan kemampuan penalaran deduktif yang diperlukan dalam analisis real.

DAFTAR PUSTAKA

- Alcock, L., & Weber, K. (2005). Proof validation in real analysis: Inferring and checking warrants. *Journal of Mathematical Behavior*, 24, 125-134.
<https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2005.03.001>
- Armanto, D., & Surya, E. (2020). *Analysis of students' mathematical thinking in real analysis problems*. International Journal of Sciences: Basic and Applied Research (IJSBAR), 49(2), 87-98.
- Arnawa, I. M., Sumarno, U., Kartasasmita, B., & Baskoro, E. T. (2007). Applying the APOS theory to improve students' ability to prove in elementary abstract algebra. *Journal of the Indonesian Mathematical Society*, 13(1), 133-148.
<https://doi.org/10.22342/jims.13.1.85.133-148>
- Azizah, S., & Nofrizal. (2024). *An investigation of mathematical reasoning in sequence problem-solving*. Jurnal Pendidikan Matematika, 18(1), 45-60.
<https://doi.org/10.26740/jpm.v18n1>
- Elfitra, E., Sitompul, A. R., Siregar, B. S., & Aulia, M. K. (2020). *Analisis kesulitan mahasiswa dalam menyelesaikan soal barisan bilangan real pada mata kuliah analisis real*. Jurnal Dunia Pendidikan, 1(1), 1-12.
- Ersoy, Y. (2020). *Students' approaches and errors in proving mathematical statements*. Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 16(4), em1831. <https://doi.org/10.29333/ejmste/115268>
- Firdaus, F. M., & Zulkardi. (2019). *Students' reasoning in solving problems on sequence and series*. Journal of Physics: Conference Series, 1157(2), 022067.
<https://doi.org/10.1088/1742-6596/1157/2/022067>

- Giannakoulis, E., Mastorides, E., Potari, D., & Zachariades, T. (2010). Studying teachers' mathematical argumentation in the context of refuting students' invalid claims. *Journal of Mathematical Behavior*, 29(2), 160-168. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2010.05.001>
- Hasanah, U., & Sari, R. (2022). *Difficulties of students in proving "if and only if" statements in mathematics*. Jurnal Elemen, 8(1), 128-141. <https://doi.org/10.29408/jel.v8i1.4069>
- Ko, Y. Y., & Knuth, E. (2009). Undergraduate mathematics majors' writing performance producing proofs and counterexamples about continuous functions. *Journal of Mathematical Behavior*, 28(1), 68-77. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2009.04.005>
- Kogce, D., Aydin, M., & Yildiz, C. (2010). The views of high school students about proof and their levels of proof (The case of Trabzon). *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 2(2), 2544-2549. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.03.370>
- Moore, R. C. (1994). Making the transition to formal proof. *Educational Studies in Mathematics*, 27(3), 249-266. <https://doi.org/10.1007/BF01273731>
- Ningsih, R. T., & Marpaung, Y. (2021). *Students' misconceptions on limit concepts*. Infinity Journal, 10(1), 65-78. <https://doi.org/10.22460/infinity.v10i1.p65-78>
- Nurhayati, S., & Fauzan, A. (2022). *Analysis of undergraduate students' understanding in recursive sequences*. Jurnal Pendidikan Matematika Raflesia, 7(2), 150-159. <https://doi.org/10.33369/jpmr.v7i2.15596>
- Panasuk, R. M. (2019). *Understanding connections between algebraic and graphical representations in calculus*. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 50(3), 456-474. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2018.1507069>
- Polya, G. (1985). *How to solve it: A new aspect of mathematical method* (2nd ed.). Princeton University Press.
- Pratiwi, A. S., & Yusup, M. (2023). *Mathematical proof skills of pre-service teachers: A case in real analysis*. Jurnal Cakrawala Pendidikan, 42(1), 185-199. <https://doi.org/10.21831/cp.v42i1>
- Rahman, A., & Tanujaya, B. (2021). *Students' difficulties in understanding mathematical proofs in real analysis*. Jurnal Pendidikan Matematika, 15(1), 31-42. <https://doi.org/10.22342/jpm>
- Salim, N., & Zubainur, C. M. (2018). *Students' difficulties in learning limits in calculus courses*. Journal of Education and Learning (EduLearn), 12(3), 391-397. <https://doi.org/10.11591/edulearn.v12i3.9221>

- Stylianides, A. J., & Stylianides, G. J. (2017). *Enhancing students' ability to construct mathematical proofs*. *Journal of Mathematical Behavior*, 45, 1–16. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2016.11.005>
- Suryadi, D., & Mulyana, E. (2023). *APOS-based learning in improving students' understanding of sequences*. *Indonesian Journal of Mathematics Education*, 4(2), 55–66. <https://doi.org/10.5281/zenodo.7875123>
- Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151-169. <https://doi.org/10.1007/BF00305619>
- Tan, H., & Cheng, Y. (2021). *Visual approaches to learning limits and sequences in calculus*. *Mathematics Education Research Journal*, 33, 601–616. <https://doi.org/10.1007/s13394-020-00321-7>
- Weber, K. (2001). Student difficulty in constructing proofs: The need for strategic knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, 48(1), 101-119. <https://doi.org/10.1023/A:1015535614355>
- Wijaya, A., & Rachmadi, R. (2022). *Students' difficulties in real analysis and strategies to overcome them*. *Journal on Mathematics Education*, 13(2), 205–218. <https://doi.org/10.22342/jme.v13i2>
- Zakaria, E., & Zulkifli, N. (2018). *Students' difficulties in learning calculus: A case study in Malaysia*. *Journal of Mathematics Education*, 11(2), 193–204.
- Zandieh, M., & Rasmussen, C. (2010). Defining as a mathematical activity: A framework for characterizing progress from informal to more formal ways of reasoning. *The Journal of Mathematical Behavior*, 29(2), 57-75. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2010.01.001>